

# Anwendungsbeispiele für Analogrechner

Beispiel 3

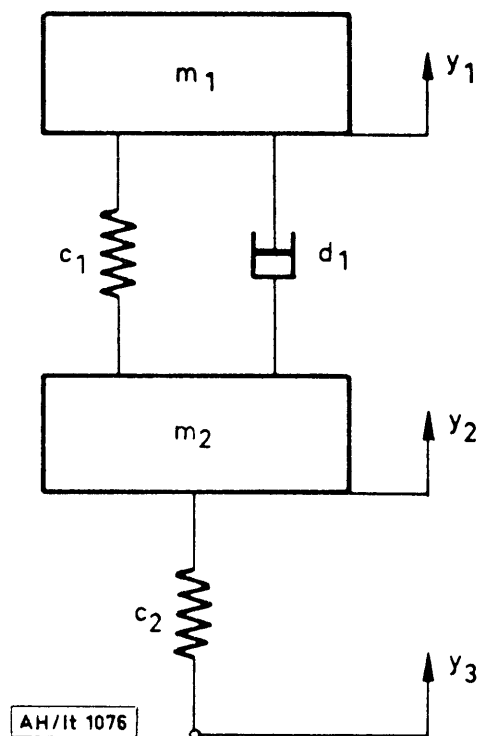


15. Oktober 1963

## ZWEI-MASSEN-SYSTEM

### 1. Fragestellung

Von dem Zwei-Massen-System nach Bild 1 sollen die Auslenkungen  $y_1(t)$  und  $y_2(t)$  bei sprungförmiger Störung  $y_3(t)$  ermittelt werden. Die Feder- und Dämpferkennlinien sind in Bild 2 dargestellt.

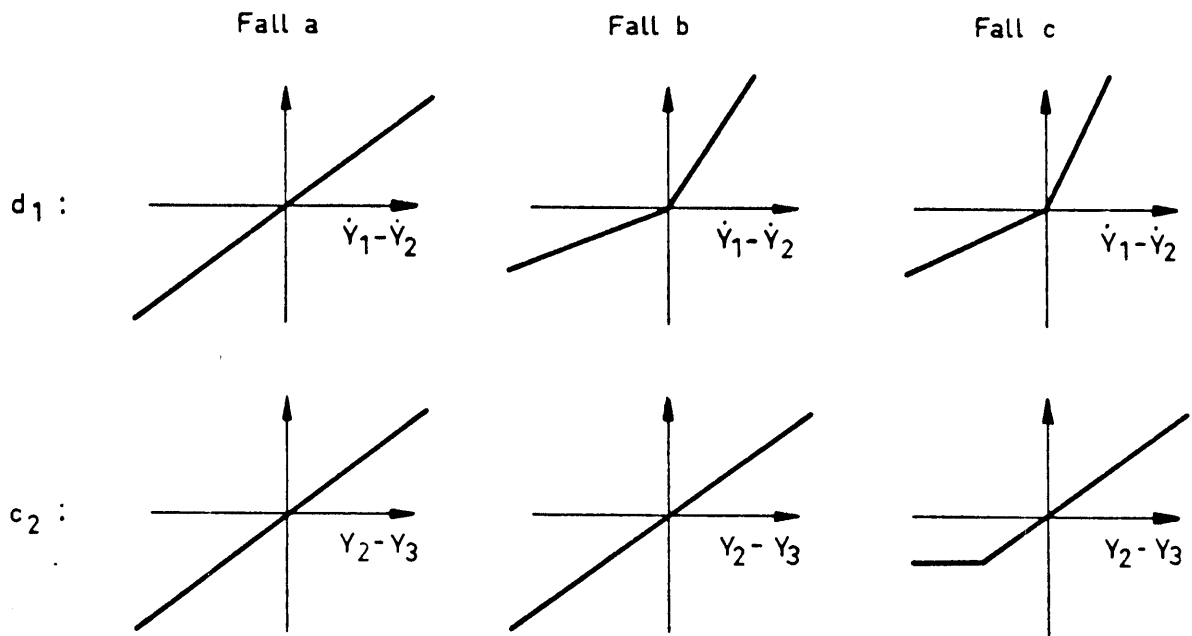


$m_1, m_2$  : Massen

$c_1, c_2$  : Federkonstanten

$d_1$  : Dämpfungskonstante

Bild 1 Zwei-Massen-System



AH/lt 1077

Bild 2 Feder- und Dämpferkennlinien

## 2. Gleichungen

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + \frac{d_1}{m_1} \left( \frac{dy_1}{dt} - \frac{dy_2}{dt} \right) + \frac{c_1}{m_1} (y_1 - y_2) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + \frac{d_1}{m_2} \left( \frac{dy_2}{dt} - \frac{dy_1}{dt} \right) + \frac{c_1}{m_2} (y_2 - y_1) + \frac{c_2}{m_2} (y_2 - y_3) = 0 \quad (2)$$

## 3. Konstanten

$$m_1 = 20 \text{ Kp s}^2 \text{ m}^{-1}$$

$$c_1 = 1000 \text{ Kp m}^{-1}$$

$$d_1 = 80 \text{ Kn sm}^{-1} \text{ für } \dot{y}_1 - \dot{y}_2 > 0 \quad \text{Fall b}$$

$$= 8 \text{ Kp cm}^{-1} \text{ für } \dot{y}_1 - \dot{y}_2 < 0 \quad \text{Fall c}$$

$$m_2 = 2 \text{ Kp s}^2 \text{m}^{-1}$$

$$c_2 = 4000 \text{ Kp m}^{-1} \text{ für } y_2 - y_3 > -0,37 \text{ cm} \quad \text{Fall c}$$

$$= 0 \quad \text{für } y_2 - y_3 < -0,37 \text{ cm}$$

$$y_3(t) = 6,5 \text{ cm für } t \geq 0$$

$$= 0 \quad \text{für } t < 0$$

$$y_1(0) = 0$$

$$y_2(0) = 0$$

Geschätzte Maximalwerte  $y_{1\max} = y_{2\max} = y_{3\max} = y_m = 10 \text{ cm}$

#### 4. Normierung

Mit den normierten Amplituden  $\frac{y_i}{y_m} = Y_i$ , der Zeitnormierung  $\tau = \lambda t$  und den Abkürzungen  $\frac{dY}{d\tau} = \dot{Y}$ ,  $\frac{d^2Y}{d\tau^2} = \ddot{Y}$  ergeben sich die Maschinengleichungen

$$\ddot{Y}_1 + \frac{d_1}{m_1 \lambda} (\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) + \frac{c_1}{m_1 \lambda^2} (Y_1 - Y_2) = 0 \quad (3)$$

$$\ddot{Y}_2 + \frac{d_1}{m_2 \lambda} (\dot{Y}_2 - \dot{Y}_1) + \frac{c_1}{m_2 \lambda^2} (Y_2 - Y_1) + \frac{c_2}{m_2 \lambda^2} (Y_2 - Y_3) = 0 \quad (4)$$

Damit die Koeffizienten einstellbar werden, wird  $\lambda = 10 \text{ s}^{-1}$  gewählt. Der Vorgang läuft bei Wahl der Integrationskonstante  $k_0 = 1 \text{ s}^{-1}$  in 10facher Zeitdehnung, bei Wahl von  $k_0 = 10 \text{ s}^{-1}$  in Echtzeit ab.

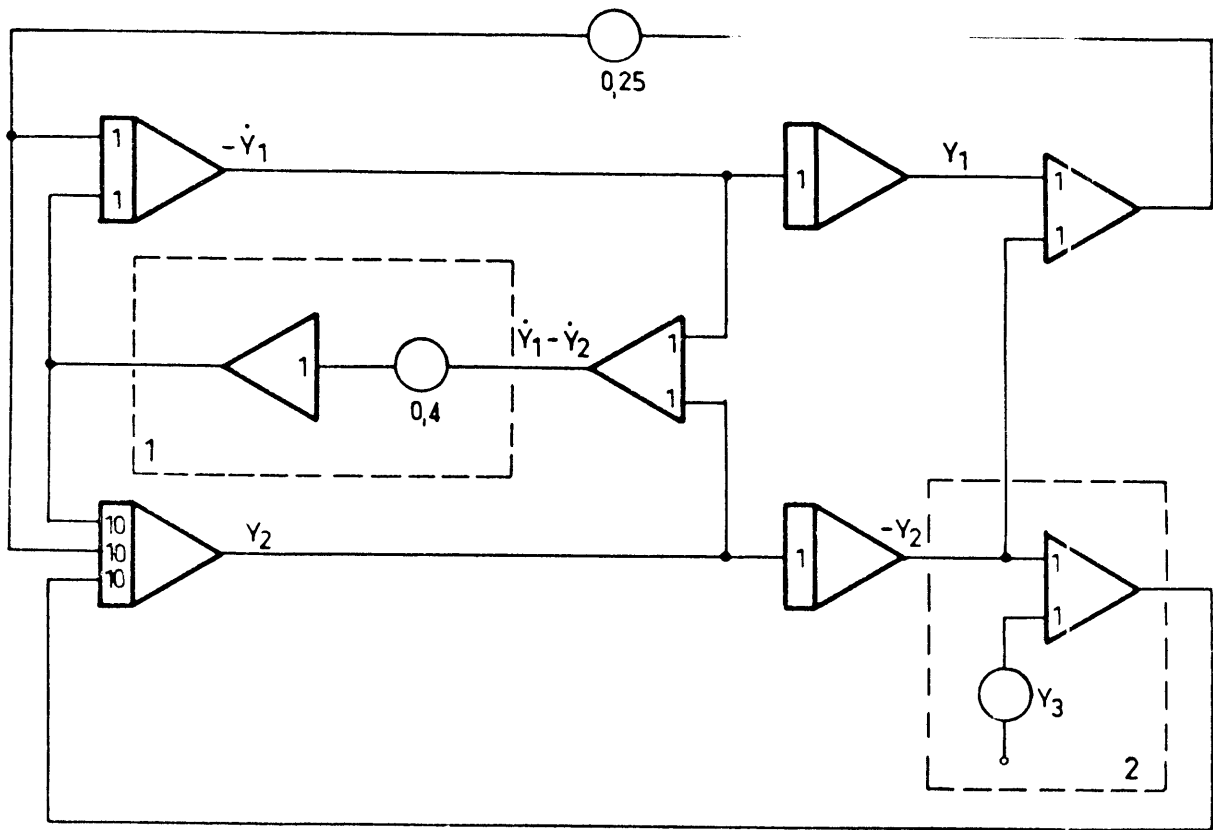
Nach Einsetzen der Koeffizienten ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\ddot{Y}_1 = -0,4 (\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) - 0,25 (Y_1 - Y_2) \quad (5)$$

$$-\ddot{Y}_2 = -4,0 (\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) - 2,5 (Y_1 - Y_2) + 10 (Y_2 - Y_3) \quad (6)$$

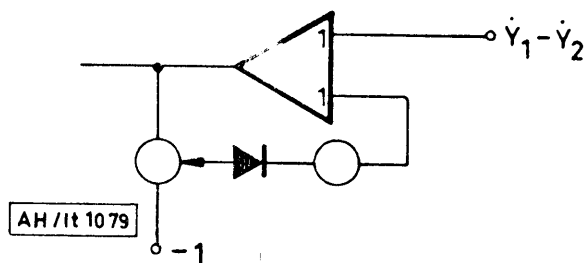
Beispiel 3

5. Rechenschaltung



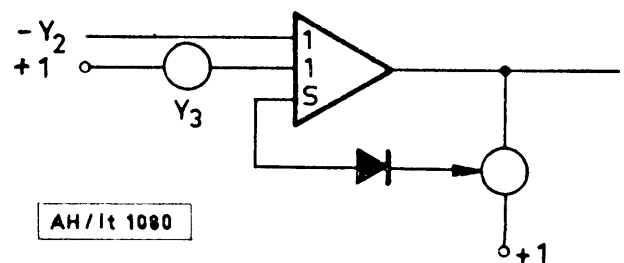
AH/lt 1078

Bild 3 Rechenschaltung für das System nach Bild 1



AH/lt 1079

Bild 4 Schaltung 1 für Fall b, c



AH/lt 1080

Bild 5 Schaltung 2 für Fall c

Im Fall b und Fall c ist der in der Rechenschaltung (Bild 3) gestrichelt umrahmte Teil 1 durch die Schaltung 1 (Bild 4) zu ersetzen.

Im Fall c ist außerdem der gestrichelt umrahmte Teil 2 durch Schaltung 2 (Bild 5) zu ersetzen.

## 6. Ergebnisse

Die zeitlichen Verläufe der Auslenkungen  $Y_1(\tau)$  und  $Y_2(\tau)$  sind für die Fälle a, b, c in den Bildern 6 bis 12 festgehalten.

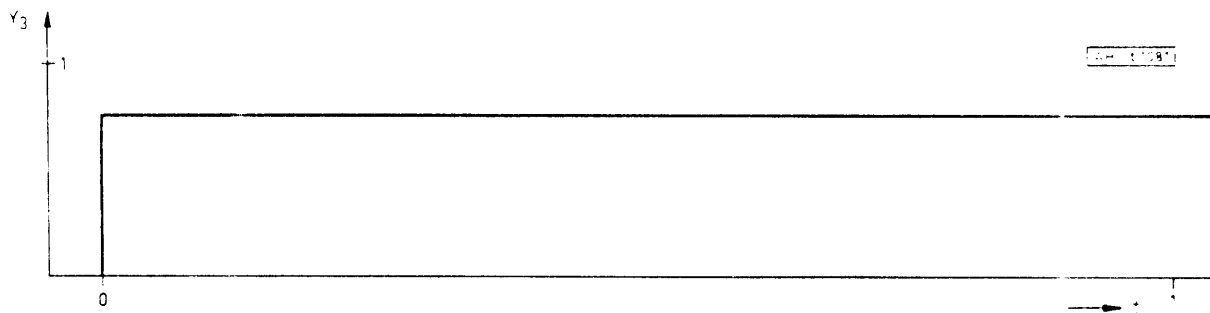


Bild 6 Störfunktion

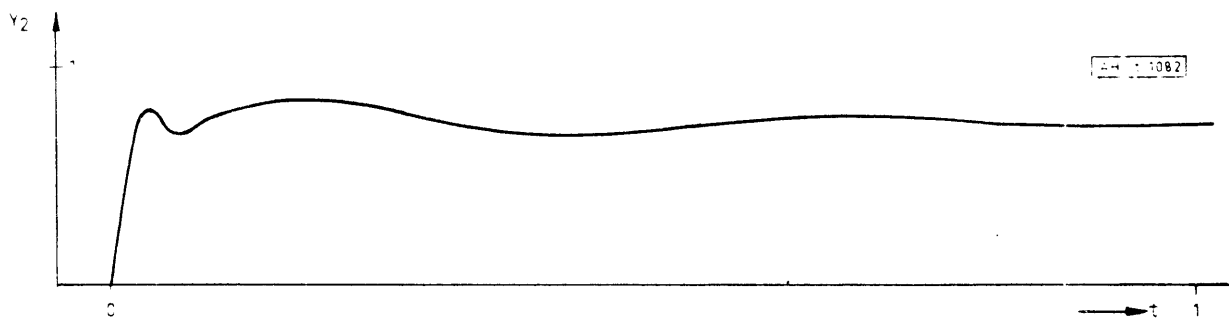


Bild 7 Auslenkung der Masse  $m_2$   
Fall a

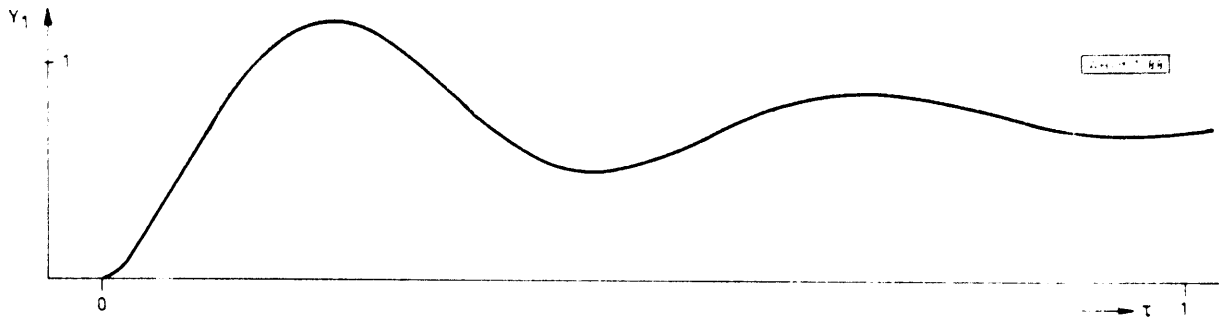


Bild 8 Auslenkung der Masse  $m_1$   
Fall a

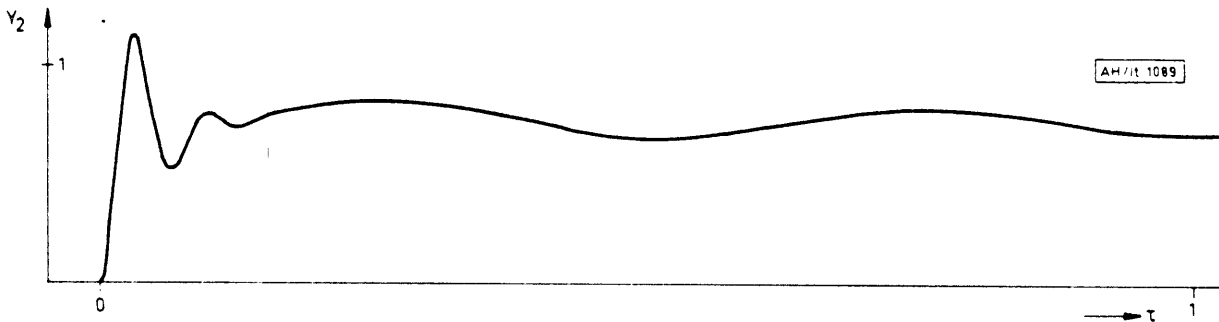


Bild 9 Auslenkung der Masse  $m_2$   
Fall b

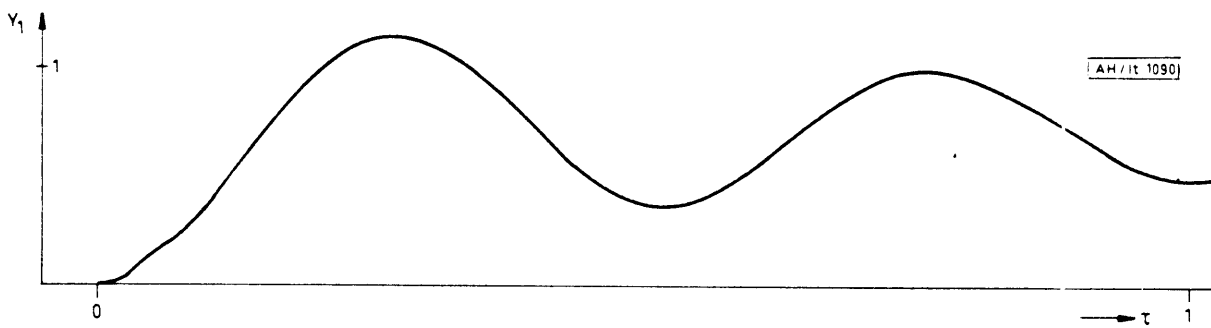


Bild 10 Auslenkung der Masse  $m_1$   
Fall b

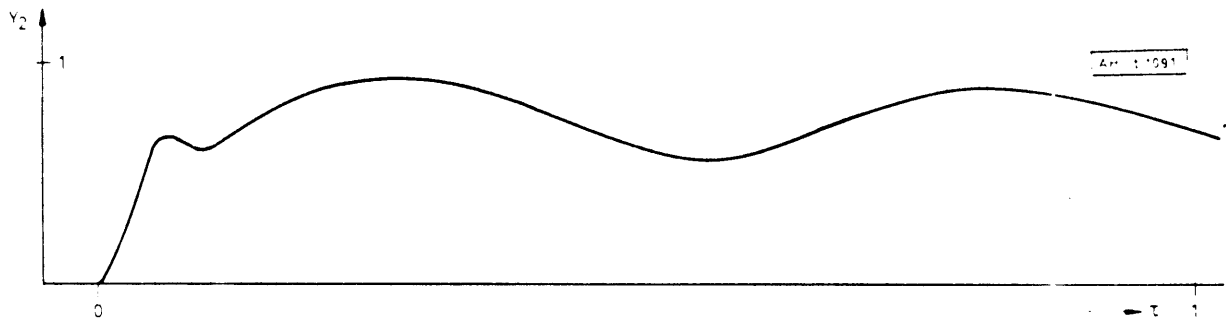


Bild 11 Auslenkung der Masse  $m_2$   
Fall c

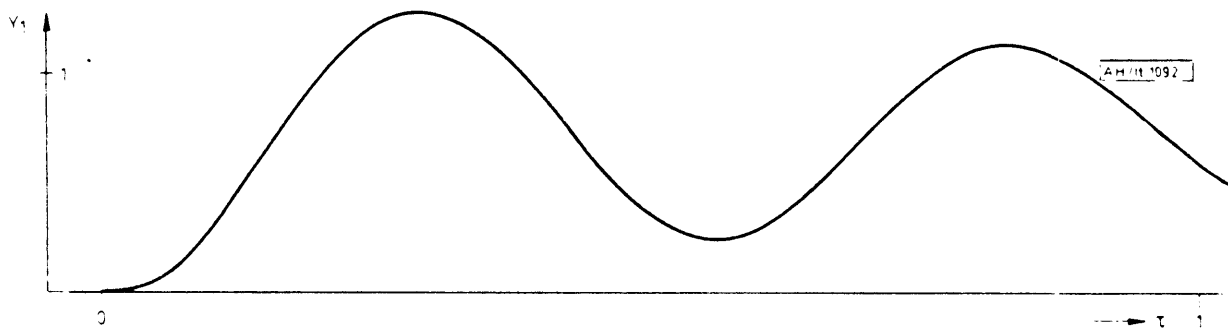


Bild 12 Auslenkung der Masse  $m_1$   
Fall c

Literatur:

- [ 1 ] Szabo, Einführung in die Technische Mechanik, Springer-Verlag 1961
- [ 2 ] Giloi W , Herschel R. , Rechenanleitung für Analogrechner,  
TELEFUNKEN-Fachbuch