

**AEG**



# **DATENVERARBEITUNG**

Analogrechner und Hybride Systeme

---

Roland Konkart

**Ermittlung der Kennwerte  
eines Prozesses  
mit Hilfe  
selbsteinstellender Systeme**

# I N H A L T

1. Begriff der Selbsteinstellung
2. Prozeßidentifikation nach vier verschiedenen Verfahren
  - 2.1. Gauß-Seidel-Iterationsverfahren
  - 2.2. Gradientenverfahren
    - 2.2.1. Iteratives Gradientenverfahren
    - 2.2.2. Kontinuierliches Gradientenverfahren
      - 2.2.2.1. Prozeßidentifikation mit Hilfe eines Serienmodells
      - 2.2.2.2. Prozeßidentifikation mit Hilfe eines Parallelmodells
3. Beispiel für die Identifikation eines Systems 2. Ordnung
  - 3.1. Identifikation mit Hilfe des Gauß-Seidel-Iterationsverfahrens
  - 3.2. Identifikation mit Hilfe des iterativen Gradientenverfahrens
  - 3.3. Identifikation mit Hilfe der kontinuierlichen Gradientenverfahren
4. Vergleich der Verfahren
5. Parameterverläufe bei der Identifikation eines Systems 2. Ordnung

Schrifttum

Als selbsteinstellend wird ein dynamisches System bezeichnet, das mit seinem Eigenverhalten auf ein vorgegebenes Verhalten hinsteuert. Ziel der Selbsteinstellung (Adaptierung) ist es, das vorgegebene Verhalten genau oder in irgend einem Sinne optimal zu erreichen. Ein System gilt dann als optimal, wenn eine vorher gewählte Zielfunktion  $Z$  in Abhängigkeit von den veränderbaren Parametern  $\alpha$  (mit  $\alpha = \alpha_1 \dots \alpha_n$ ) des Systems ein Extremum annimmt.

$$Z(\alpha) = \text{Extremum !}$$

2.

## PROZESSIDENTIFIKATION NACH VIER VERSCHIEDENEN VERFAHREN

Hier soll nun gezeigt werden, wie bei vier verschiedenen Verfahren die Kennwerte  $a$  (mit  $a = a_1 \dots a_n$ ) eines Prozesses mit Hilfe von Modellen gewonnen werden können. Das Problem läßt sich dabei folgendermaßen formulieren:

In der den Prozeß beschreibenden Differentialgleichung

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = x(t)$$

oder der das gleiche beschreibenden Übertragungsfunktion

$$P = \frac{Y}{X} = \frac{1}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}$$

sollen die Koeffizienten  $a$  aus den gemessenen Signalen  $x$  und  $y$  bestimmt werden. Es wird dabei ein Modell, das der Struktur des Prozesses entspricht, mit der Übertragungsfunktion

$$M = \frac{Y_m}{X} = \frac{1}{\alpha_n p^n + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0}$$

so abgeglichen, daß im abgeglichenen Zustand  $\alpha = a$  wird.

Für den Abgleich des Modells wird eine Zielfunktion, die z. B. der Mittelwert des Quadrates der Abweichung  $e$  sein kann, zum Minimum gemacht (Bild 1).

$$Z(\alpha, t) = \int_0^{\infty} e^{-2}(\alpha, t) dt = \text{Min!}$$

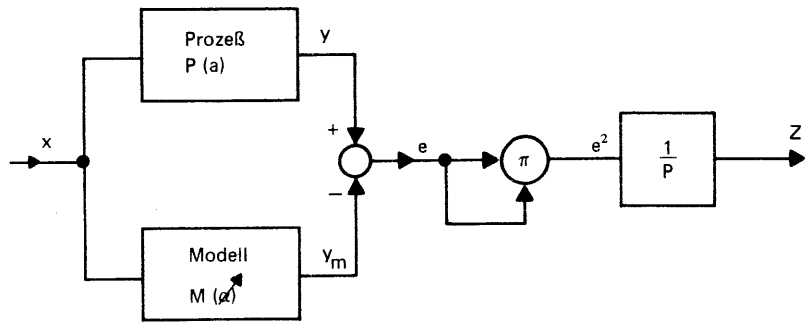


Bild 1: Prinzipieller Systemaufbau für die Ermittlung der Prozessparameter mit Hilfe eines Parallel-Modells

### 2.1. Gauß-Seidel-Iterationsverfahren

Das Gauß-Seidel-Iterationsverfahren arbeitet bei der Prozeßidentifizierung mit einem Systemaufbau nach Bild 1. Von den verstellbaren Modellparametern  $\alpha$  wird bei repetierend deterministischer Anregung jeweils nur ein Parameter  $\alpha_i$  um den Wert  $\Delta$  so lange variiert, bis

$$Z(\alpha) = \int_0^{\infty} e^{-2}(\alpha, t) dt \quad \alpha_j = \text{const.}; j \neq i$$

minimal ist. Es ist also:

$$Z\{\alpha, \alpha_i + m \cdot \Delta\} < Z\{\alpha, \alpha_i + (m-1) \cdot \Delta\}$$

mit  $m =$  Anzahl der Variationsschritte. So wird iterativ die Zielfunktion für jeden Parameter  $\alpha_i$  in ein relatives Minimum gebracht.

Damit erhält man mit jedem Iterationsschritt eine immer bessere Approximation von  $\alpha_i$ .

### 2.2. Gradientenverfahren

Beim Gradientenverfahren werden die veränderbaren Parameter  $\alpha$  eines Systems so verstellt, daß die Zielfunktion

$$Z = Z(\alpha)$$

entlang des Gradienten von  $Z$  nach  $\alpha$  zum Minimum gemacht wird.

Eine notwendige Bedingung für das Erreichen des Minimums ist, daß der Gradient der Zielfunktion beim Erreichen der optimalen Parameter verschwindet.

$$\text{grad } Z(\alpha) = 0$$

Für einen Parameter ergibt sich die Ableitung zu

$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial}{\partial \alpha_i} Z(\alpha_i)$$

mit 
$$Z = \int_0^{\infty} e^2 dt$$

wird 
$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha_i} = 2 \int_0^{\infty} e \frac{\partial e}{\partial \alpha_i} dt$$

$\alpha$  wird nun um  $\Delta \alpha$  proportional zum Gradienten verstellt

$$\Delta \alpha = -h \text{ grad } Z$$

Für einen Parameter gilt dann entsprechend:

$$\Delta \alpha_i = -h \frac{\partial Z}{\partial \alpha_i}$$

Damit wird 
$$Z(\alpha + \Delta \alpha) \approx Z - h \sum_{i=1}^n \frac{\partial Z}{\partial \alpha_i}$$

Es ist dann 
$$Z(\alpha + \Delta \alpha) \leq Z(\alpha)$$

Wenn die Ableitungen  $\frac{\partial Z}{\partial \alpha_i}$  nicht nachbildbar oder zugänglich sind, dann kann so iterativ ein immer optimaleres  $\alpha$  bestimmt werden.

Sind jedoch die Ableitungen  $\frac{\partial Z}{\partial \alpha}$  zugänglich, dann kann  $\alpha_i$  kontinuierlich um  $\partial \alpha_i$  verstellt werden, so daß sich die optimalen Parameter als Summen aller Verststellungen ergeben.

$$\alpha_i := \alpha_i - h \frac{\partial Z}{\partial \alpha_i} = \alpha_i - 2 \cdot h \int_0^{\infty} e \frac{\partial e}{\partial \alpha_i} dt$$

2.2.1.  
Iteratives Gra-  
dientenverfahren

Wie das Gauß-Seidel-Iterationsverfahren arbeitet auch das iterative Gradientenverfahren mit einem Systemaufbau nach Bild 1. Der Gradient von Z nach  $\alpha$  muß iterativ mit Hilfe deterministischer Testsignale bestimmt werden.

Jeder Parameter  $\alpha_i$  wird um einen festen Schritt  $\Delta$  verstellt und die Wirkung dieser Verstellung auf die Zielfunktion ausgewertet. Danach wird  $\alpha_i$  um  $\Delta$  wieder zurückgesetzt. Aus der Wirkung der Testverstellung auf die Zielfunktion ergibt sich die notwendige Verstellung  $\Delta \alpha$  für  $\alpha$ , mit der  $\alpha$  besser approximiert wird für einen Parameter zu

$$\Delta \alpha_i = -h \frac{\partial Z}{\partial \alpha_i}$$

2.2.2.  
Kontinuierliche  
Gradientenverfahren

Bei den kontinuierlichen Gradientenverfahren kann auf deterministische Testsignale verzichtet werden, da hier der Gradient der Zielfunktion nach den verstellbaren Parametern stetig zur Verfügung steht und nicht iterativ gebildet werden muß.

Die Ableitung

$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha_i} = 2 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{\partial e}{\partial \alpha_i} dt$$

muß jetzt für jeden verstellbaren Parameter nachgebildet werden. Dafür ergeben sich nun für das hier formulierte Problem zwei unterschiedliche Systemanordnungen, die in den beiden folgenden Abschnitten beschrieben werden.

2.2.2.1.  
Prozeßidentifikation  
mit Hilfe eines  
Serienmodells

Bei diesem Identifikationsverfahren wird dem Prozeß mit der Übertragungsfunktion

$$P = \frac{Y}{X} = \frac{1}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}$$

ein Modell mit der Übertragungsfunktion

$$M_s = \frac{Y_s}{Y} = \frac{\alpha_n p^n + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0}{b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0}$$

in Serie geschaltet und dieses Gesamtsystem mit einem Parallelmodell mit der Übertragungsfunktion

$$M_p = \frac{Y_m}{X} = \frac{1}{b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0}$$

verglichen (Bild 2).

Die veränderbaren Parameter des Systems werden so nach der Gradientenmethode verstellt, daß die Zielfunktion

$$Z = \int_0^{\infty} e^2 dt$$

minimisiert wird. Im abgeglichenen Zustand kompensiert dann der Zähler des Modells den Nenner des Prozesses. Es ist dann

$$\alpha = a$$

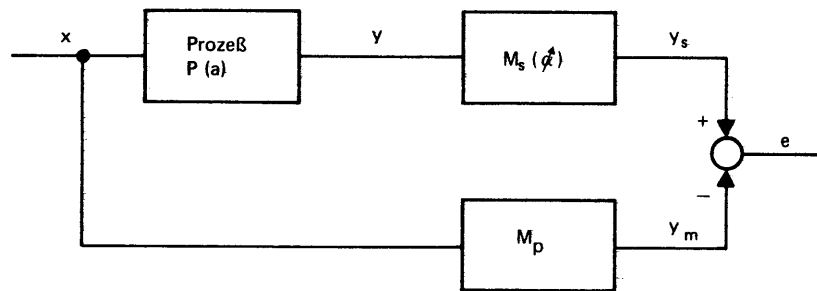


Bild 2: Prinzip der Prozessidentifikation mit Hilfe eines Serienmodells

Die zur selbsttätigen Ausführung dieses Abgleiches benötigten Ableitungen

$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha_i} = 2 \int_0^{\infty} \frac{\delta e}{\delta \alpha_i} \cdot e dt$$

sind ohne Mehraufwand direkt dem Modell zu entnehmen (Bild 3).

Mit 
$$e = Y_S - Y_M = X \cdot (P \cdot M_S(\alpha) - M_P)$$

wird 
$$\frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = \frac{\partial Y_S}{\partial \alpha_i} = X \cdot P \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_i} M_S(\alpha)$$

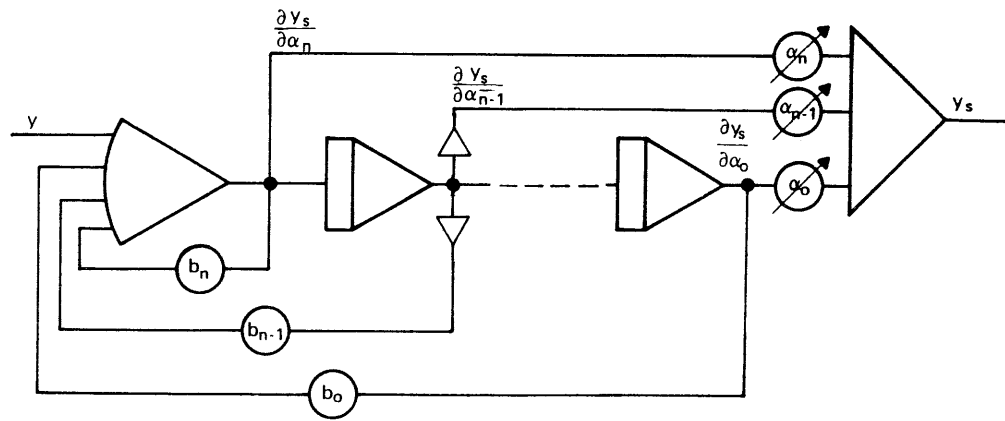


Bild 3: Rechenschaltung für das Serienmodell mit den Ableitungen  $\frac{\partial Y_s}{\partial \alpha_i}$

Nach Einsetzen der Übertragungsfunktion wird dann

$$\frac{\partial Y_s}{\partial \alpha_i} = \frac{1}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0} \cdot \frac{p^i}{b_n p^n + \dots + b_1 p + b_0}$$

Damit erhält man für den Parameter

$$\alpha_i := \alpha_i - 2 h_i \int_0^{\infty} \frac{\partial Y_s}{\partial \alpha_i} dt$$

In Bild 4 ist diese Gleichung als Rechenschaltung dargestellt.

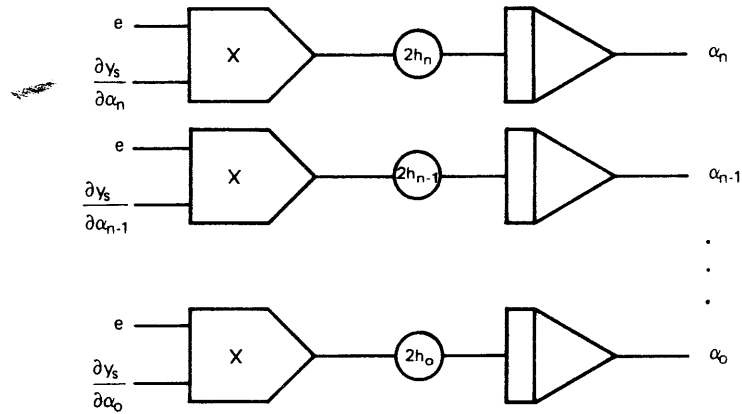


Bild 4: Rechenschaltung für die Ermittlung der Parameter

2.2.2.2.  
Prozeßidentifikation  
mit Hilfe eines  
Parallelmodells

Für die Identifikation eines Prozesses mit der Übertragungsfunktion

$$P = \frac{Y}{X} = \frac{1}{a_n p^n + \dots + a_1 p + a_0}$$

wird bei diesem Verfahren ein Parallelmodell (Bild 1) mit der Übertragungsfunktion

$$M = \frac{Y_m}{X} = \frac{1}{\alpha_n p^n + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0}$$

nach der Gradientenmethode so abgeglichen, daß die Zielfunktion

$$Z = \int_0^{\infty} e^2 dt$$

zum Minimum wird. Die für den Abgleich benötigten Ableitungen stehen bei diesem Modell nicht direkt zur Verfügung, sondern müssen erst erzeugt werden (Bild 5).

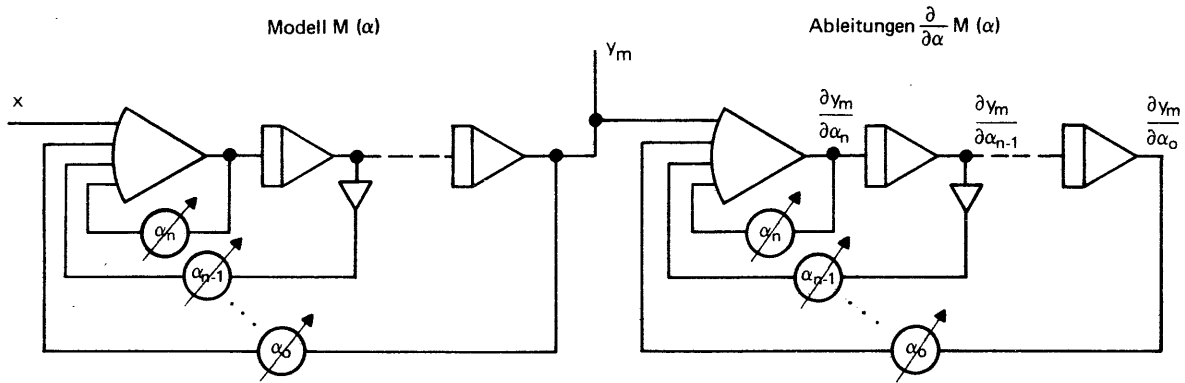


Bild 5: Rechenschaltung des Parallelmodells und der Bildung der Ableitungen

$$\frac{\partial y_m}{\partial \alpha_i}$$

Es ist 
$$\frac{\partial Z}{\partial \alpha_i} = 2 \int_0^{\infty} \frac{\partial e}{\partial \alpha_i} e \, dt$$

mit 
$$e = Y - Y_m = X (P - M)$$

wird 
$$\frac{\partial e}{\partial \alpha_i} = - \frac{\partial Y_m}{\partial \alpha_i} = - X \frac{\partial}{\partial \alpha_i} M(\alpha)$$

und damit ergibt sich dann

$$\frac{\partial Y_m}{\partial \alpha_i} = \frac{p^i}{(\alpha_n p^n + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0)^2}$$

Mit diesen Ableitungen werden nun wieder die Parameter

$$\alpha_i := \alpha_i - 2h_i \cdot \int_0^{\infty} e \frac{\partial Y_m}{\partial \alpha_i} dt$$

wie in Kap. 2.2.2.1. mit der Rechenschaltung nach Bild 4 bestimmt.

3.

### BEISPIEL FÜR DIE IDENTIFIKATION DER PARAMETER EINES SYSTEMS 2. ORDNUNG

Am Beispiel der Identifikation eines Prozesses mit der Übertragungsfunktion

$$P = \frac{Y}{X} = \frac{1}{p^2 + a_1 p + 1 + a_0} = \frac{1}{p^2 + 0,5 p + 1 + 0,5}$$

soll nun gezeigt werden, wie die unter Kap. 2 beschriebenen Verfahren auf dem hybriden Analogrechner zu realisieren sind.

Bild 6 zeigt die Rechenschaltung und Bild 7 das Übertragungsverhalten des zu identifizierenden Prozesses

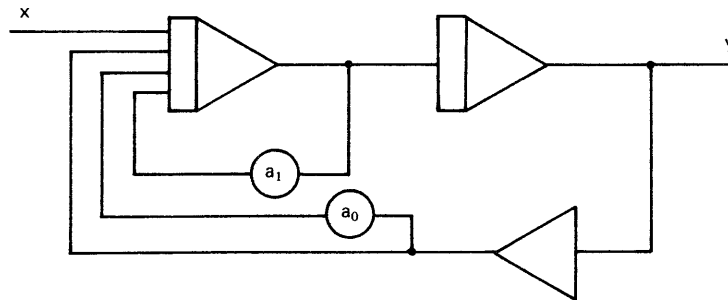


Bild 6: Rechenschaltung des zu identifizierenden Prozesses

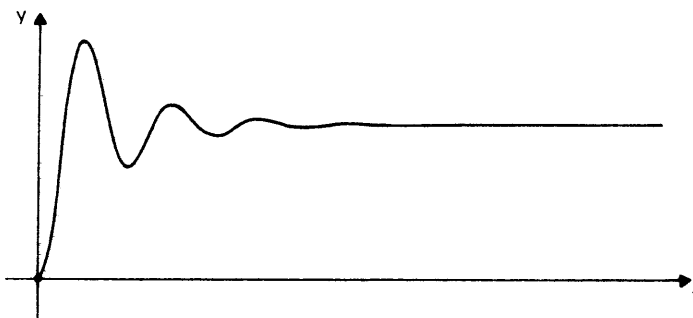


Bild 7: Sprungantwort des zu identifizierenden Prozesses

3.1.  
Identifikation mit Hilfe  
des Gauß-Seidel-  
Iterationsverfahrens

Bei der Ermittlung der Parameter  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  mit Hilfe des in Kapitel 2.1 beschriebenen Gauß-Seidel-Iterationsverfahrens ergibt sich folgendes Vorgehen (Bild 8).

Der Parameter  $\alpha_i$  wird so lange um den Wert  $\Delta$  verstellt, bis die Differenz  $\Delta Z = Z\{\alpha, \alpha_i + (m - 1) \cdot \Delta\} - Z\{\alpha, \alpha_i + m \cdot \Delta\}$  negativ wird. Ein negatives  $\Delta Z$  bedeutet, die Verstellung des Parameters um den Wert  $\Delta$  bringt eine schlechtere Approximation für den gesuchten Parameter  $\alpha_i$ . Das kann zwei Ursachen haben:

1. Die Verstellung von  $\alpha_i$  um den Wert  $\Delta$  wurde in verkehrter Richtung vorgenommen. Es ergibt sich in diesem Fall ein negatives  $\Delta Z$  schon beim ersten Approximationsschritt. Die Verstellung muß dann in anderer Richtung vorgenommen werden, um eine bessere Approximation von  $\alpha_i$  an  $a_i$  zu erreichen.
2. Der Parameter  $a_i$  kann durch den Parameter  $\alpha_i$  nicht mehr besser approximiert werden. Die letzte Verstellung um den Wert  $\Delta$  wird wieder rückgängig gemacht und der nächste Parameter  $\alpha_{i+1}$  wird variiert.

Welche der beiden möglichen Ursachen ein  $\Delta Z < 0$  geliefert hat, wird von einem Zähler indikiert, der mit jeder beginnenden Parametervariation auf Null gesetzt wird, und der dann die Anzahl  $m$  der Verstellungen des Parameters  $\alpha_i$  um den Wert  $\Delta$  zählt. Dieser Zähler verhindert ( $m \leq 2$ ) bzw. ermöglicht ( $m > 2$ ) ein Weiterschalten auf den nächsten Parameter. Da hier nur die Entscheidung  $m > 2$  getroffen wird, genügt ein Flipflop  $Z$  (Bild 10), um den Zähler zu realisieren.

Bild 8 und 9 zeigen die grundsätzliche Wirkungsweise des Verfahrens. Bild 10 zeigt die Rechenschaltung, mit der das Verfahren auf einem hybriden Analogrechner (RA 770 bzw. RA 800 H) realisiert wurde.

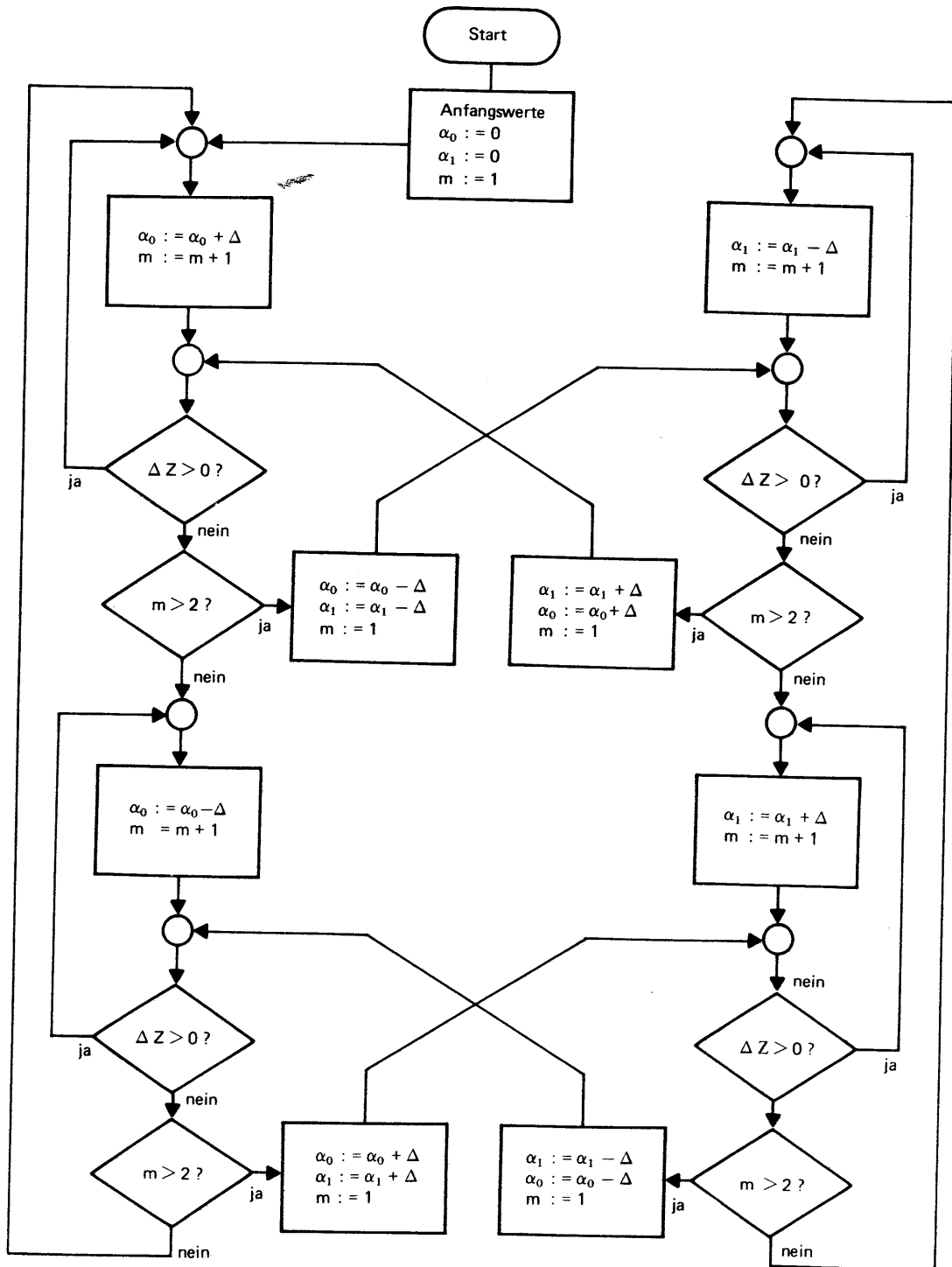
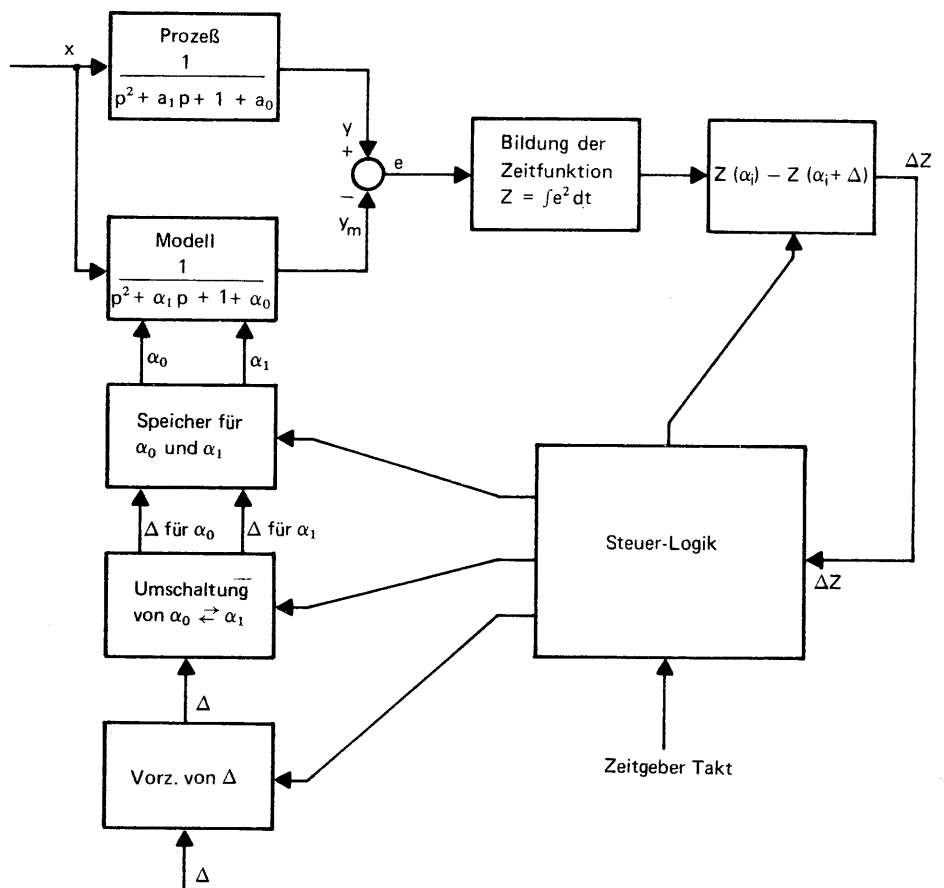


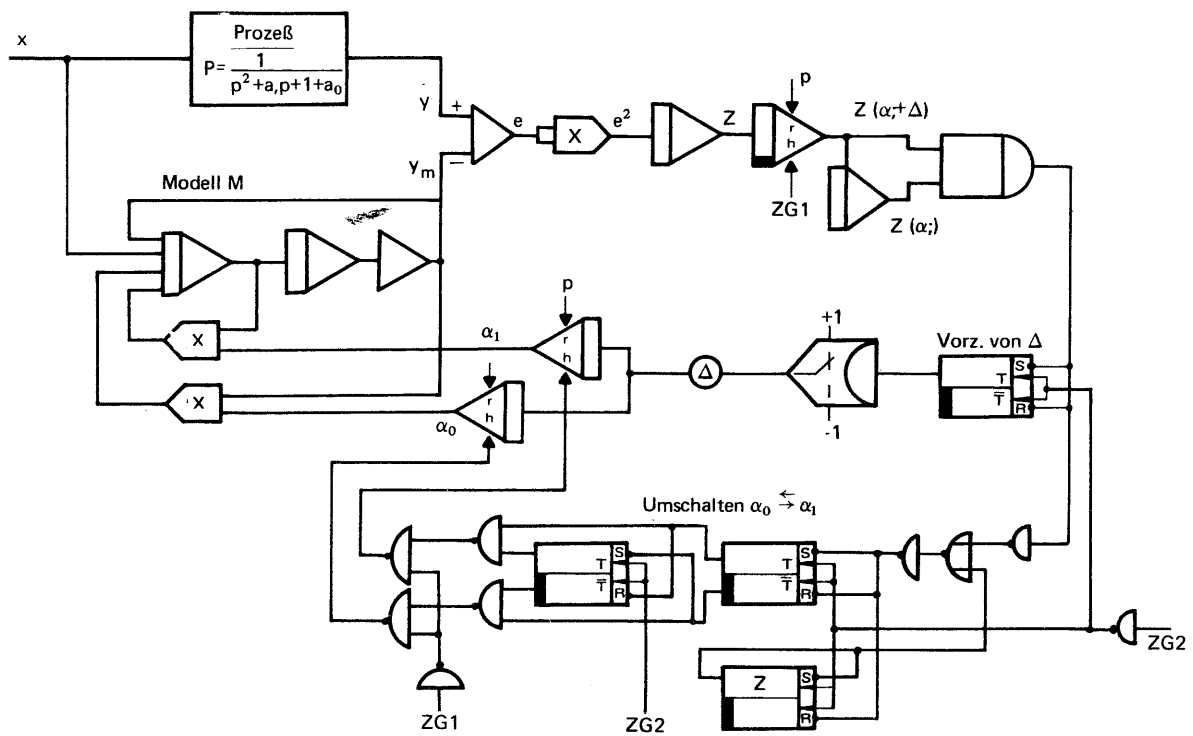
Bild 8: Flußdiagramm für die Ermittlung der Parameter  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  eines Systems 2. Ordnung mit dem Gauß-Seidel-Iterationsverfahren



Steuerbedingungen für die einzelnen Operationen

1. Vorzeichenwechsel von  $\Delta$   
Vorzeichen wechselt, wenn  $\Delta Z < 0$
2. Umschaltung von  $\alpha_0$  auf  $\alpha_1$  bzw. umgekehrt  
Umschaltung, wenn  $\Delta Z < 0$  und die Anzahl der Verstellungen um  $\Delta > 2$ . Bei der Umschaltung werden beide Parameter verstellt.

Bild 9: Blockdarstellung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem Gauß-Seidel-Iterationsverfahren.



Z prüft, ob Anzahl m der Parameterverstellungen  
 um  $\Delta \leq 2$   
 $m > 2$  Parameterwechsel  $\alpha_0 \rightarrow \alpha_1$   
 $m < 2$  Verbleiben auf Parameter  $\alpha_i$

Zeitdiagramm der Zeitgeber

	Pausentaste gedrückt →	$\Delta t$	Pause	Rechnen	Halt
P	1 0				
ZG1	1 0				
ZG2	1 0				
ZG3	1 0				

Bild 10: Rechenschaltung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem Gauß-Seidel-Iterationsverfahren.

3.2.  
Identifikation mit Hilfe  
des iterativen Gradienten-  
verfahrens

Bei der Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung mit Hilfe des in Kapitel 2.2.1 beschriebenen iterativen Gradientenverfahrens wird eine Steuerung benötigt, die folgendes leisten muß (Bild 11):

1. Der Anfangswert der Zielfunktion  $Z(\alpha)$  muß gespeichert werden, damit die Wirkung der Verstellung der Parameter  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  um den Testschritt  $\Delta$  auf die Zielfunktion festgestellt werden kann. Es wird dabei  $Z(\alpha)$  { Anfangswert } mit  $Z(\alpha, \alpha_i + \Delta)$  verglichen (mit  $i = 0, 1$ ).

2. Aus der Differenz  $Z(\alpha) - Z(\alpha, \alpha_i + \Delta)$  muß ein  $\Delta\alpha_i$  gebildet und abgespeichert werden.

$$\Delta\alpha_i = h \{ Z(\alpha) - Z(\alpha, \alpha_i + \Delta) \} = -h \cdot \Delta Z_i$$

3. Nach Ausführung der beiden Testschritte für die Parameter  $\alpha_0$  und  $\alpha_1$  müssen diese um die Werte  $\Delta\alpha_0$  bzw.  $\Delta\alpha_1$  verstellt werden.

$$\alpha_0 := \alpha_0 + \Delta\alpha_0$$

$$\alpha_1 := \alpha_1 + \Delta\alpha_1$$

Mit diesen Werten ergibt sich der neue Anfangswert für die Zielfunktion zu

$$Z(\alpha) := Z(\alpha + \Delta\alpha)$$

4. Dieses Vorgehen muß so oft wiederholt werden, bis  $Z(\alpha) = \text{Min}$  geworden ist.

Bild 11 und 12 zeigen die Wirkungsweise dieses Verfahrens.

Bild 13 zeigt die Rechenschaltung, die auf einem hybriden Analogrechner (RA 770 bzw. RA 800 H) realisiert wurde.

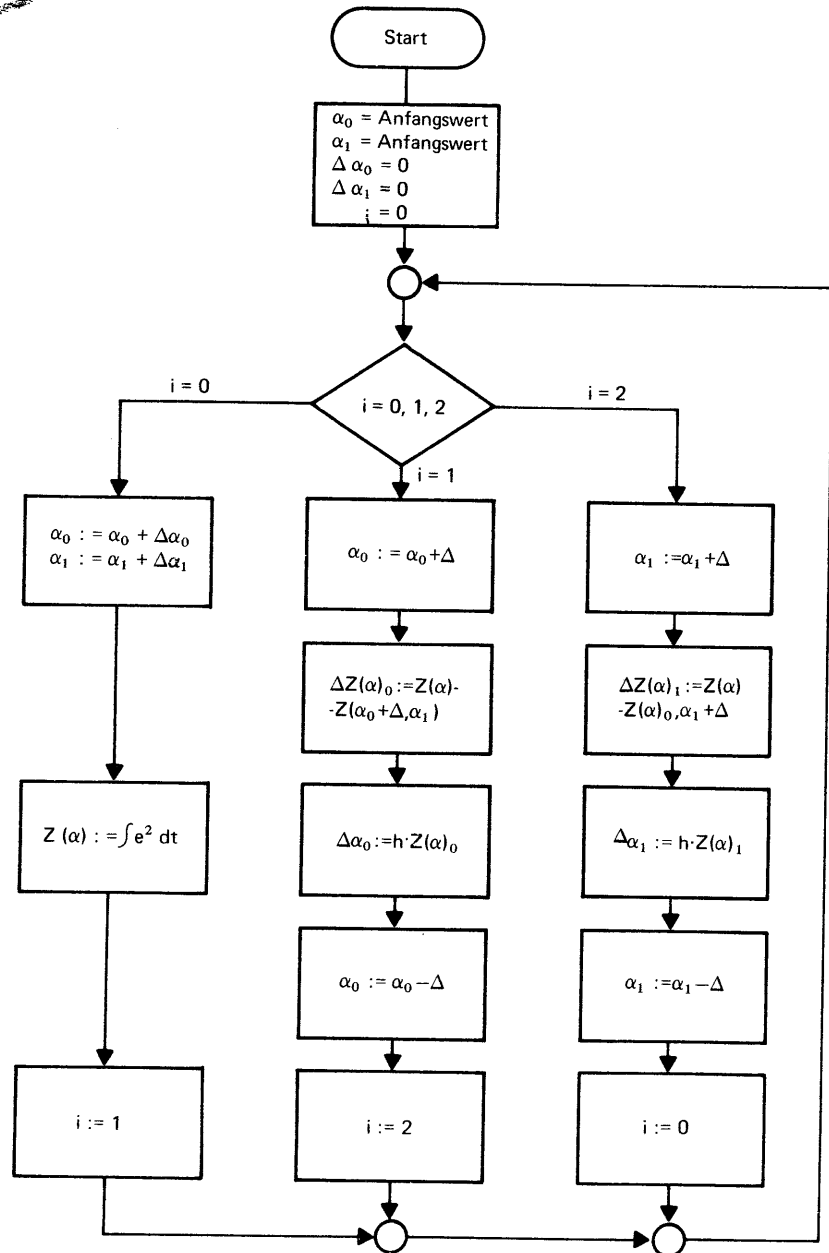
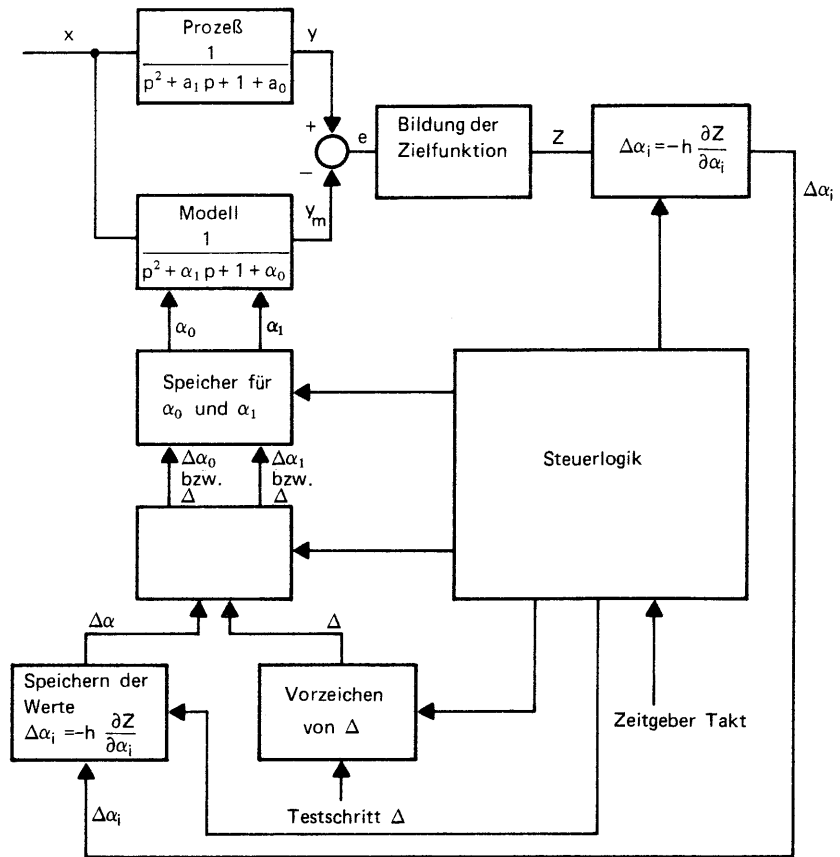


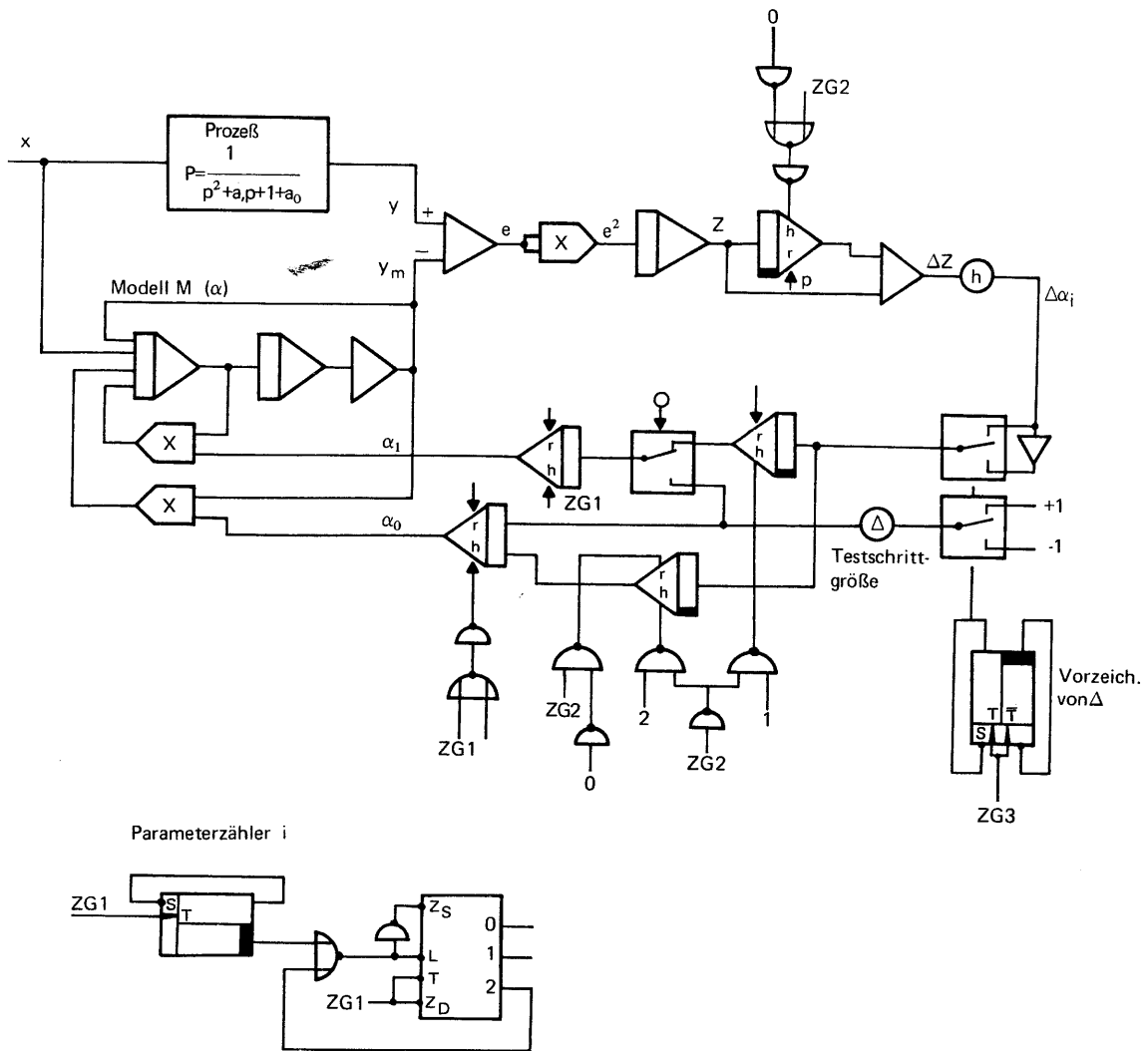
Bild 11: Flußdiagramm für die Ermittlung der Parameter  $a_0$  und  $a_1$  eines Systems 2. Ordnung mit dem iterativen Gradientenverfahren.



Die Verstellung der Modellparameter wird nach folgendem Schema vorgenommen:

1.  $\alpha_0$  um  $\Delta$  verstellen
2.  $\Delta \alpha_0 = -h \frac{\partial Z}{\partial \alpha_0} = -h \{ Z(\alpha_0, \alpha_1) - Z(\alpha_0 + \Delta, \alpha_1) \}$  abspeichern
3.  $\alpha_0$  um  $\Delta$  wieder zurücksetzen und  $\alpha_1$  um  $\Delta$  verstellen
4.  $\Delta \alpha_1 = -h \{ Z(\alpha_0, \alpha_1) - Z(\alpha_0, \alpha_1 + \Delta) \}$
5.  $\alpha_1$  um  $\Delta$  wieder zurücksetzen und  $\alpha_0$  um  $\Delta \alpha_0$  und  $\alpha_1$  um  $\Delta \alpha_1$  verstellen
6. Vorgang 1-5 so oft wiederholen, bis  $Z = \text{Min.}$

Bild 12: Blockdarstellung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem iterativen Gradientenverfahren.



Zeitdiagramm der Zeitgeber

	Pausentaste gedrückt →	$\Delta t$	Pause	Rechnen	Halt
P	1 0				
ZG1	1 0				
ZG2	1 0				
ZG3	1 0				

Bild 13: Rechenschaltung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem iterativen Gradientenverfahren

3.3.  
Identifikation mit Hilfe  
der kontinuierlichen  
Gradientenverfahren

Die in Kapitel 2.2.2 beschriebenen kontinuierlichen Gradientenverfahren benötigen für die Identifikation der Parameter  $a$  eines Systems keine Steuerung des Abgleichvorganges, da die für den Abgleich benötigten Ableitungen

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_i}$$

nicht iterativ gebildet werden müssen, sondern kontinuierlich zur Verfügung stehen.

Mit diesen Ableitungen kann die Gleichung

$$\alpha_i := \alpha_i - 2 h_i \cdot \int_0^{\infty} \frac{\partial y_e}{\partial \alpha_i} e dt \quad (\text{mit } i = 0, 1)$$

direkt modelliert werden. In einer Regelschleife stellen sich dann die Modellparameter  $\alpha$  auf die zu identifizierenden Systemparameter  $a$  ein. Für das hier zu identifizierende System 2. Ordnung mit den Parametern  $a_0$  und  $a_1$  müssen demnach zwei Regelschleifen modelliert werden.

Die Abgleichgeschwindigkeit hängt bei diesen Verfahren von dem Proportionalitätsfaktor  $h_i$  ab.

Bei der Identifizierung mit Hilfe des Serienmodells (Kapitel 2.2.2.1 und Bild 14 und 15) kann das  $h_i$  sehr groß gewählt werden, da eine Veränderung der Parameter  $\alpha_i$  sich direkt (ohne Verzögerung) auf die Abweichung  $e$  auswirkt. Die Regelschleifen, in denen die Parameter  $\alpha$  abgeglichen werden, sind theoretisch für alle Kreisverstärkungen ( $h_i$ ) stabil.

Bei der Identifikation mit Hilfe des Parallelmodells (Kapitel 2.2.2.2 und Bild 16 und 17) kann das  $h_i$  nicht so groß gewählt werden, da sich hier eine Parameterveränderung nicht direkt auf die Abweichung  $e$  auswirkt, sondern erst nach einer systembedingten Verzögerung (Verzögerungen des zu identifizierenden Systems bzw. des Modells, das das System approximiert. Bis zu welchen Kreisverstärkungen ( $h_i$ ) die Regelschleifen für den Abgleich der Parameter  $\alpha_i$  stabil sind, hängt von der Ordnung des zu identifizierenden Systems, von den Werten der Systemparameter  $a$  und von den Startwerten der Modellparameter  $\alpha_i$  ab.

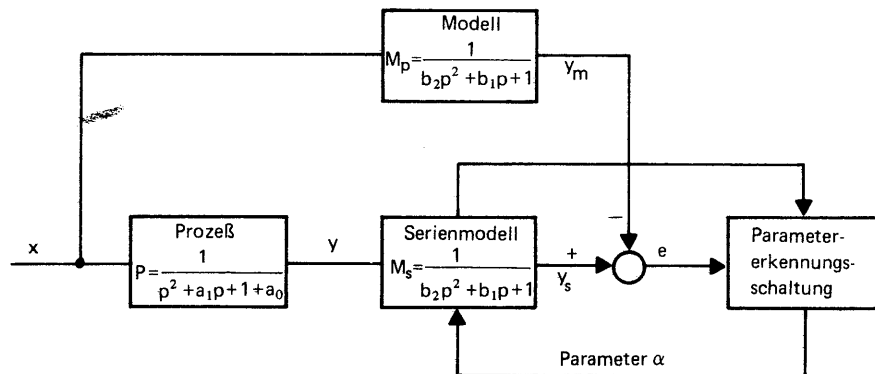


Bild 14: Blockdarstellung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem Gradientenverfahren mit Hilfe eines Serienmodells.

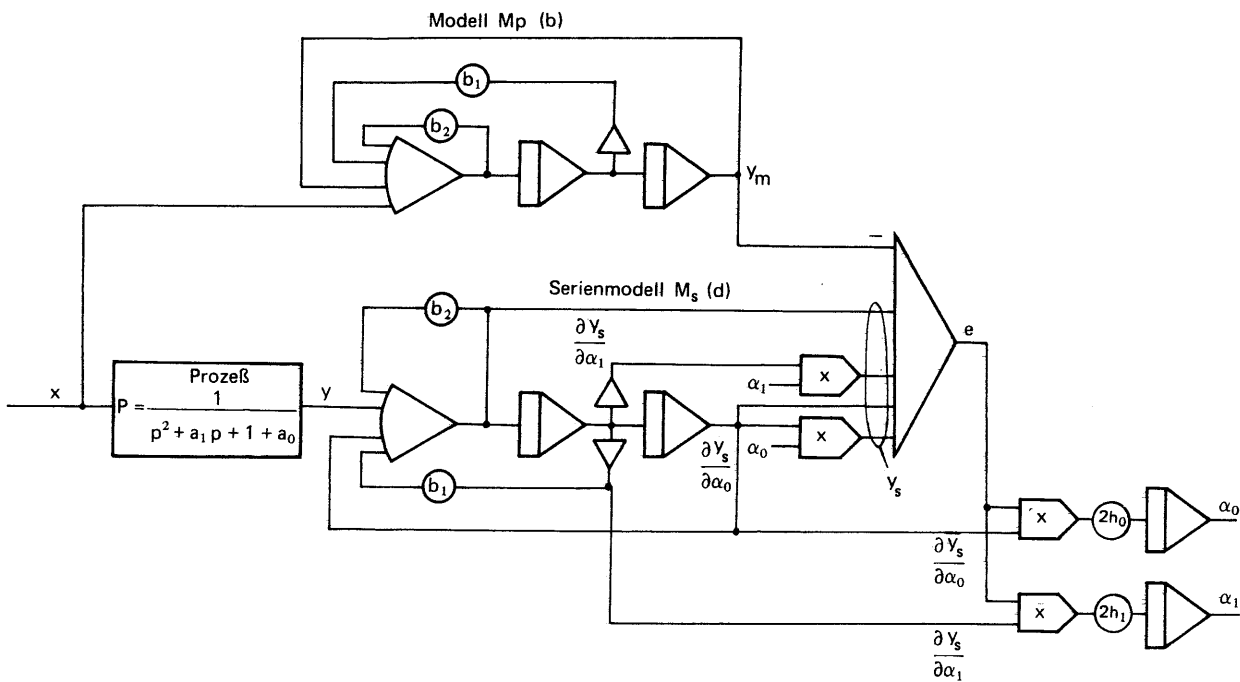


Bild 15: Rechenschaltung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem Gradientenverfahren (Serienmodell).

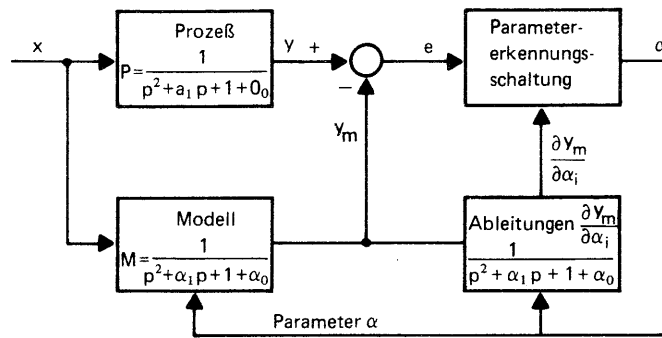


Bild 16: Blockdarstellung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem Gradientenverfahren mit Hilfe eines Parallelmodells.

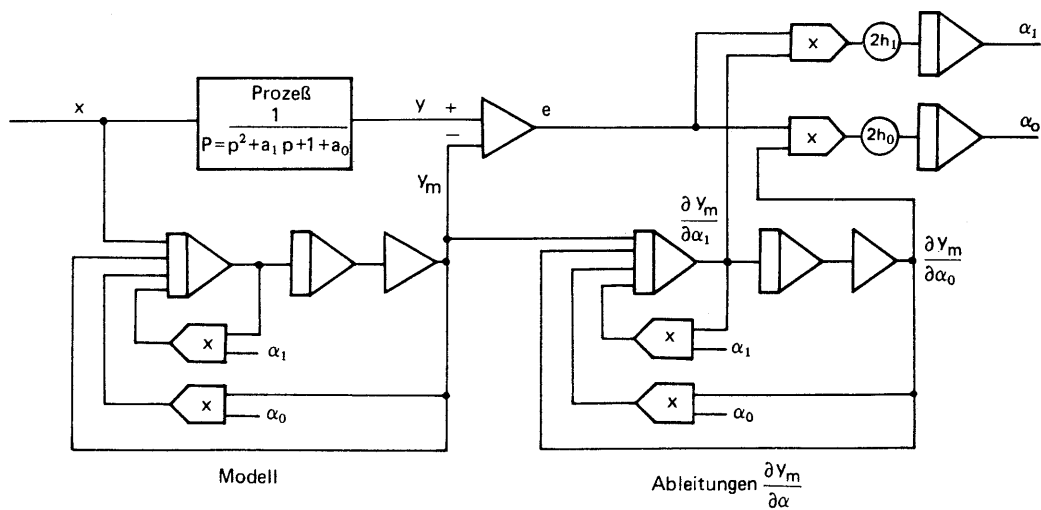


Bild 17: Rechenschaltung zur Ermittlung der Parameter eines Systems 2. Ordnung nach dem Gradientenverfahren (Parallelmodell)

Um eine vergleichende Aussage über die vier Verfahren machen zu können, wurde ein Prozeß zweiter Ordnung von allen Verfahren gleichzeitig identifiziert. Der Prozeß wurde dabei mit einer repetierenden Sprungfunktion angeregt.

Am schnellsten identifiziert wurde der Prozeß von dem kontinuierlichen Gradientenverfahren mit Hilfe des Serienmodells (Parameterverläufe a in Kapitel 5). Nach drei Anregungssprüngen waren die Parameter  $a_0$  und  $a_1$  des Prozesses mit einem Fehler  $< 1\%$  ermittelt. Der ermittelte Wert wurde bei allen folgenden Anregungssprüngen beibehalten (kein Schwanken der Parameter um den ermittelten Wert).

Nur durch die Geschwindigkeit bei der Identifizierung unterscheidet sich das Parallelmodell vom Serienmodell in der Identifikation eines Prozesses nach dem kontinuierlichen Gradientenverfahren. Die Identifikation ist erst nach sieben Anregungssprüngen abgeschlossen (Parameterverläufe b. Kap. 5).

Die beiden iterativen Identifikationsverfahren arbeiten sehr viel langsamer. Die Geschwindigkeit der Parameteridentifizierung hängt hier vom Startwert und von der Schrittweite (Gauß-Seidel-Iterationsverfahren) bzw. von der Testschrittweite und dem Bewertungsfaktor  $h$  (iteratives Gradientenverfahren) ab. Je näher der Startwert am gesuchten Wert liegt, und je größer die Schrittweite bzw. die Testschrittweite ist, desto schneller verläuft die Identifikation. Der Approximationsfehler beträgt ca.  $10\%$ . Bei einer kleinen Schrittweite bzw. Testschrittweite wird der wahre Wert nicht genauer ermittelt, und bei großer Schrittweite schwanken die Parameter mit diesem Fehler im Bereich des wahren Wertes.

Bei einer Testschrittweite  $\Delta = 0,02$  für  $\alpha_0$  und  $\Delta = 0,02 \cdot 10^{-2}$  für  $\alpha_1$  brauchte das iterative Gradientenverfahren ca. 60 Anregungssprünge, um die Parameter des Prozesses mit ca.  $10\%$  Fehler zu identifizieren (Parameterverläufe c, Kap. 5, Bild 18, 19). Bei einer Testschrittweite  $\Delta = 0,03$  für  $\alpha_0$  und  $0,03 \cdot 10^{-2}$  für  $\alpha_1$  wurden nur noch ca. 35 Anregungssprünge für die Identifizierung bei gleichem Fehler benötigt (Parameterverläufe c, Kap. 5, Bild 20 und 21).

Das Gauß-Seidel-Iterationsverfahren brauchte bei einer Schrittweite  $\Delta = 0,02$  für  $\alpha_0$  und  $\Delta = 0,03 \cdot 10^{-2}$  für  $\alpha_1$  ca. 30 Anregungssprünge, um die Prozeßparameter mit einem Fehler von ca.  $10\%$  zu ermitteln (Parameterverlauf d, Kap. 5, Bild 18 und 19). Bei einer Schrittweite  $\Delta = 0,03$  für  $\alpha_0$  und  $\Delta = 0,03 \cdot 10^{-2}$  für  $\alpha_1$  wurden nur noch ca. 25 Anregungssprünge für die Identifikation bei gleichem Fehler benötigt (Parameterverläufe d, Kap. 5, Bild 20 und 21).

5.

## PARAMETERVERLÄUFE BEI DER IDENTIFIKATION EINES SYSTEMS 2. ORDNUNG

Für ein Beispiel soll hier der Verlauf der Parameter

$$\alpha = \alpha(t) \text{ und } \alpha_0 \text{ über } \alpha_1$$

gezeigt werden. Zu identifizieren sind die Prozeßparameter  $a$  mit den Werten

$$a_0 = 0,5 \text{ und } a_1 = 0,5 \cdot 10^{-2}$$

Die Buchstaben an den Parameterverläufen geben das Identifikationsverfahren an.

Es bedeuten:

- a = stetiges Gradientenverfahren (Serienmodell)
- b = stetiges Gradientenverfahren (Parallelmodell)
- c = iteratives Gradientenverfahren
- d = Gauß-Seidel-Iterationsverfahren

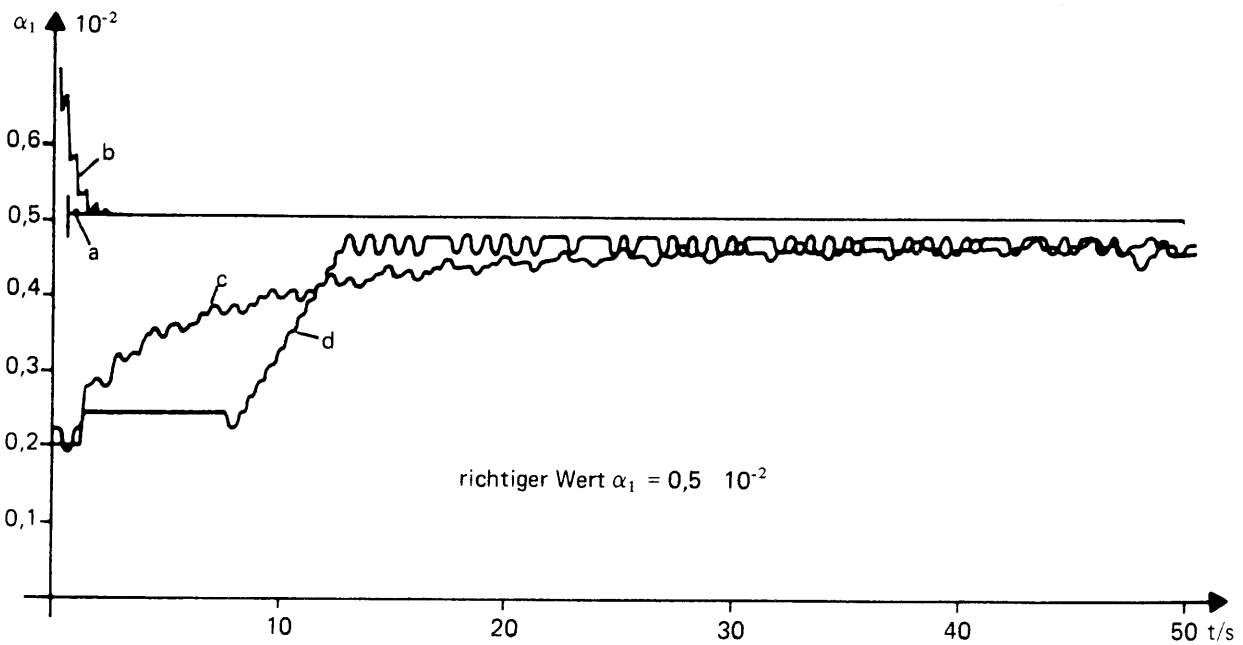
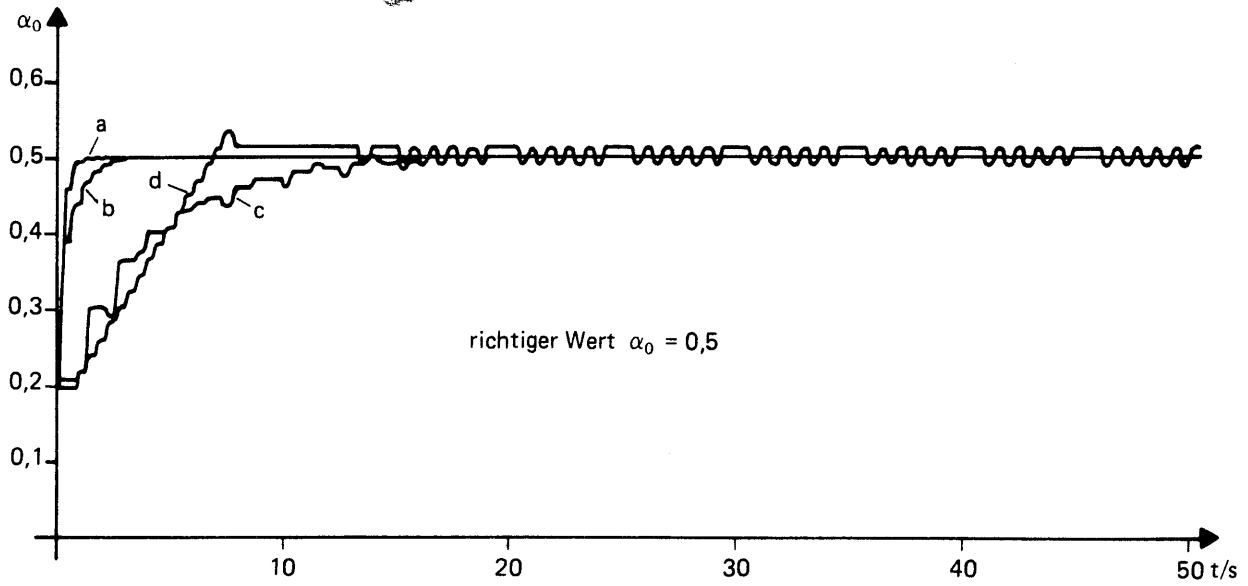


Bild 18: Parameterverläufe  $\alpha = \alpha(t)$  bei der Identifikation eines Systems 2. Ordnung (für iterative Verfahren:  $\Delta = 0,02$  für  $\alpha_0$  und  $\Delta = 0,02 \cdot 10^{-2}$  für  $\alpha_1$ )

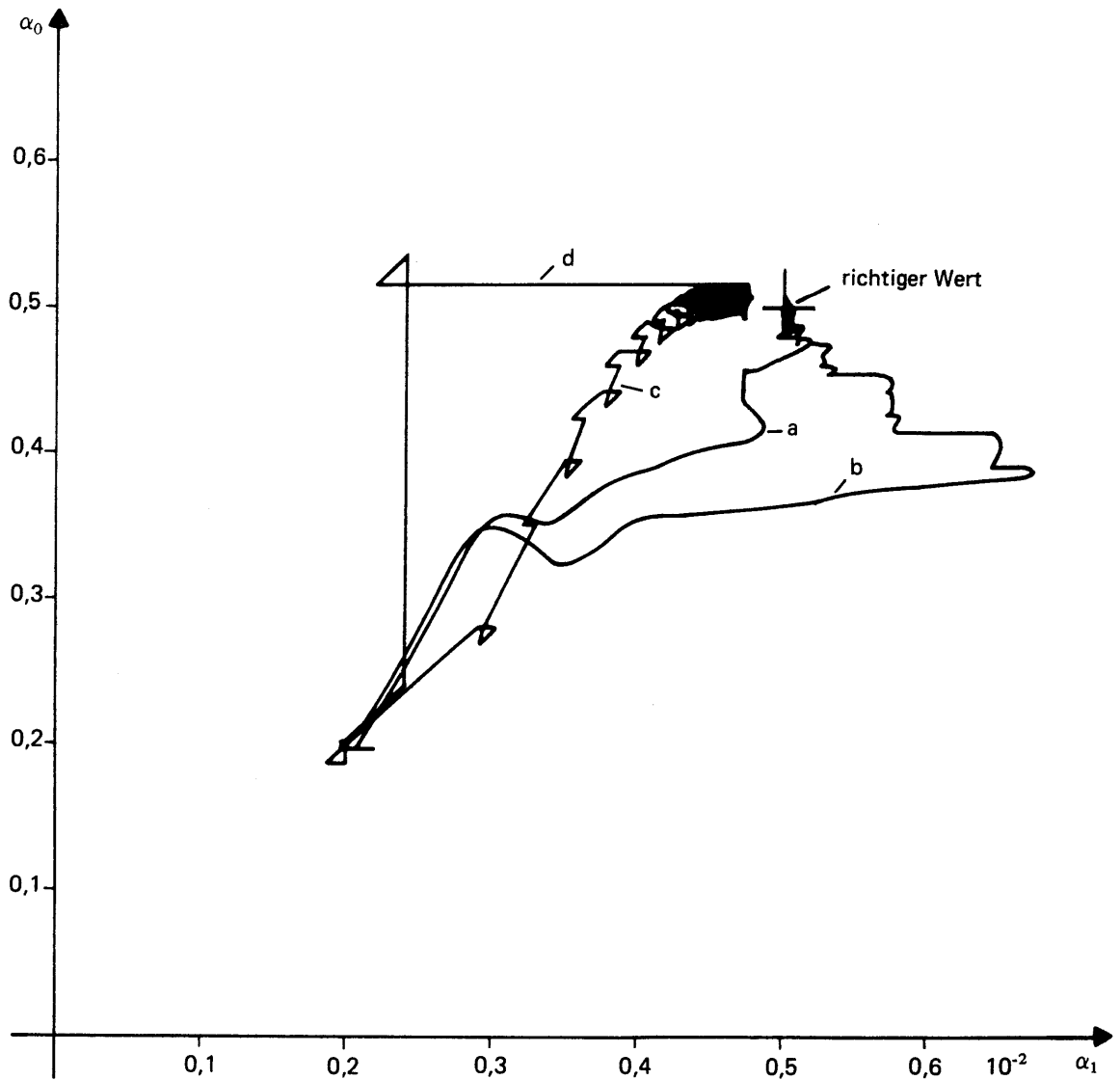


Bild 19: Parameterverläufe  $\alpha_0$  über  $\alpha_1$  bei der Identifikation eines Systems 2. Ordnung (für iterative Verfahren: Schrittweite  $\Delta$  wie bei Bild 18)

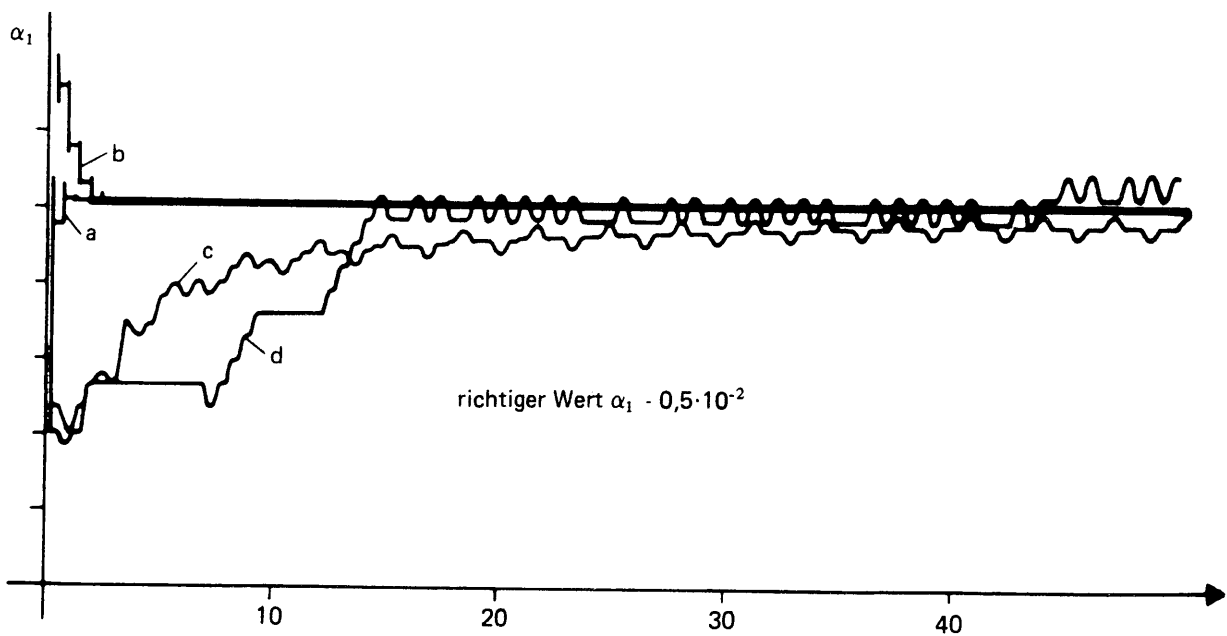
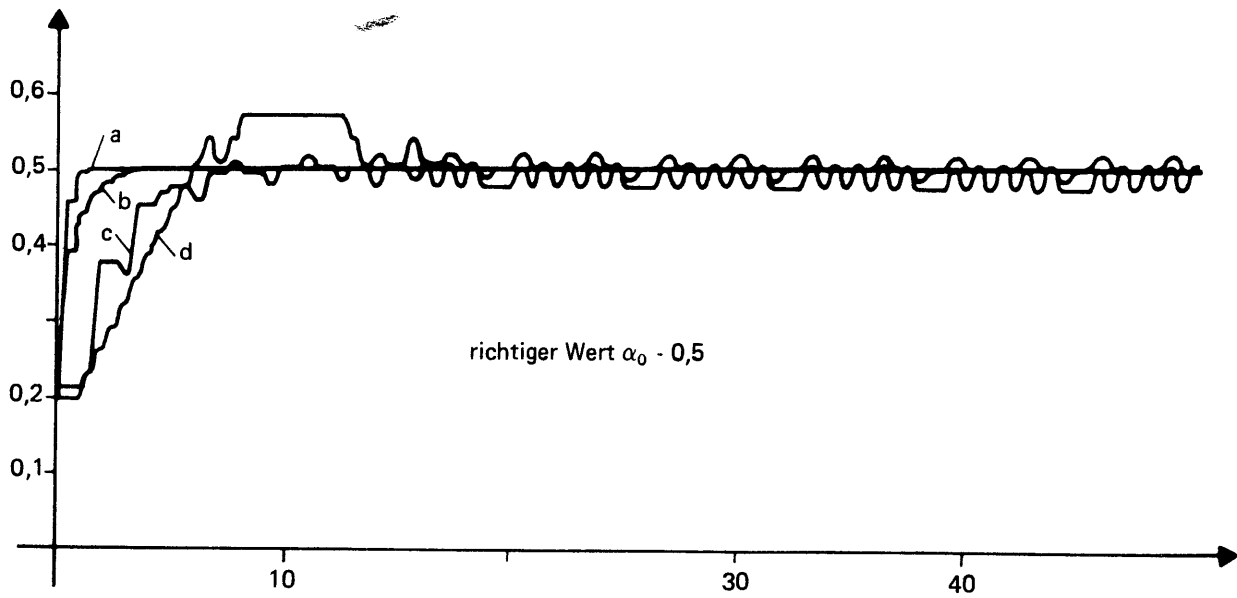


Bild 20: Parameterverläufe  $\alpha = \alpha(t)$  bei der Identifikation eines Systems 2. Ordnung (für iterative Verfahren:  $\Delta = 0,03$  für  $\alpha_0$  und  $\Delta = 0,03 \cdot 10^{-2}$  für  $\alpha_1$ )

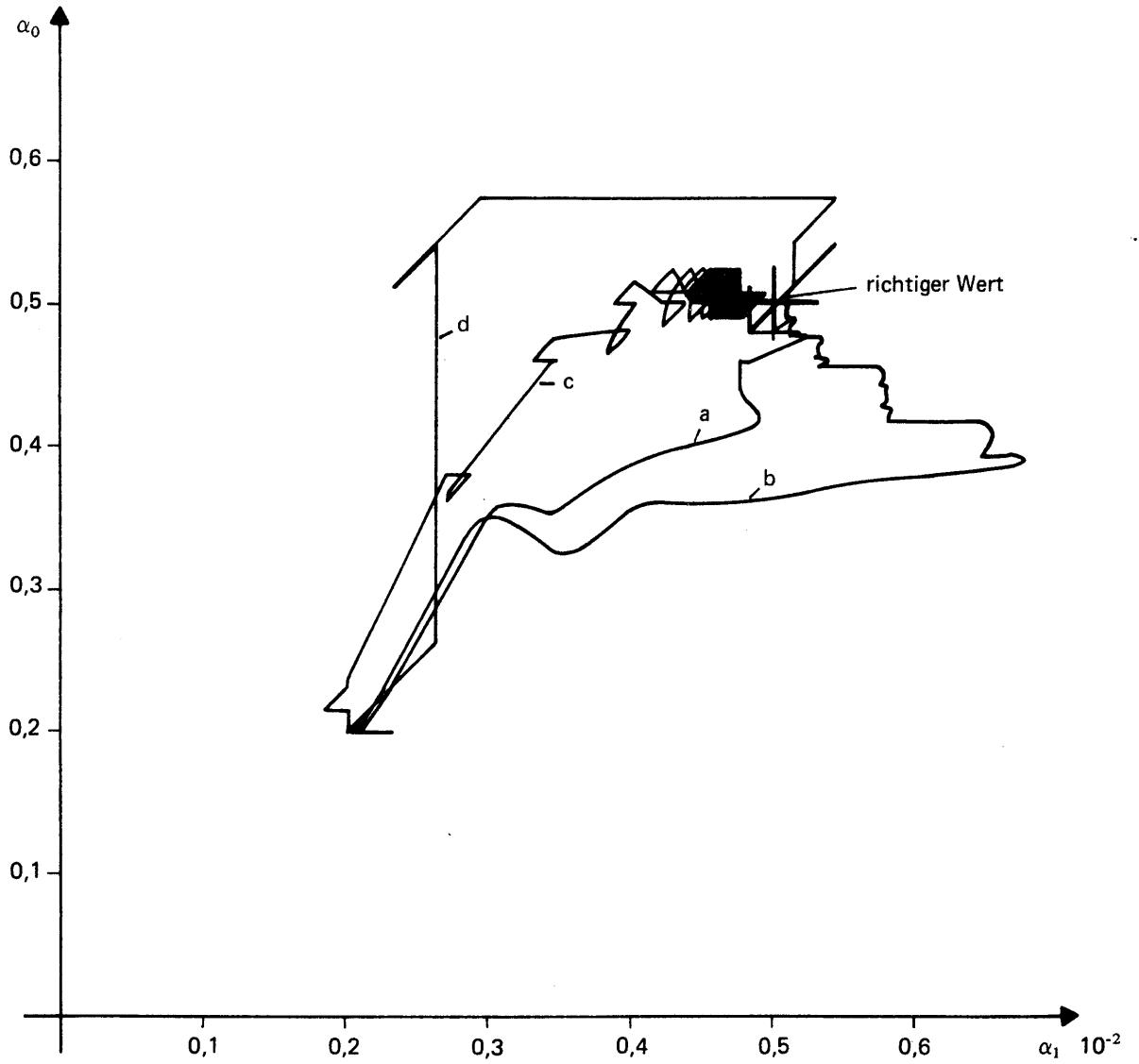


Bild 21: Parameterverläufe  $\alpha_0$  über  $\alpha_1$  bei der Identifikation eines Systems 2. Ordnung (für iterative Verfahren: Schrittweite wie bei Bild 20)

## S C H R I F T T U M

- [ 1 ] Kramer, H.: Optimierung eines Regelkreises mit Tischanalogrechner und Digitalzusatz  
Sonderdruck elektronische Datenverarbeitung 1968/6  
Seite 293 - 297
- [ 2 ] Albrecht, P.  
und Lotz, H.: Die Verwendung der Hybriden Präzisionsrechenanlage RA 770 zur automatischen Parameteroptimierung nach dem Gradientenverfahren  
Technische Mitteilungen AEG-TELEFUNKEN  
5. Beiheft Seite 41-43
- [ 3 ] Maršik, I.: Versuche mit einem selbsteinstellenden Modell zur automatischen Kennwertermittlung von Regelstrecken m r s 9 1966  
H. 6 Seite 210-213
- [ 4 ] Rake, H.: Selbsteinstellende Systeme nach dem Gradientenverfahren  
Regelungstechnik H. 5 1967 Seite 211-217